

國立新竹女子高級中學彈性學習時間學生自主學習成果集

第壹部份、申請書

2021/07/08 20:50

申請人	楊愷晴	班級/座號	2 年 16 班 24 號
申請學期	10902	申請時數	28
共學同學	214-25 陳蓁、215-25 陳慧瓊		
計畫名稱	太陽觀測與攝影		
學習類型	學科課程延伸	對應學科屬性	自然
設備需求	折射式望遠鏡、腳架、赤道儀、單眼相機、太陽濾鏡、快門線、赤道儀控制盒(STARBOOK)		
指導教師	陳雅芳		
自主學習內容概述	本身是天文社的成員，對天文攝影有興趣，加上疫情下較少有機會到山上觀測，便利用自主學習時間在學校進行太陽攝影。使用折射式望遠鏡搭配單眼相機拍攝太陽的黑子與米粒組織，再利用修圖軟體後製。		
預期效益	學會如何進行天體攝影與照片後製，拍出太陽黑子及米粒組織，並利用拍攝的照片計算太陽自轉週期。		
與十二年國教核心素養之關聯	A1 身心素質與自我精進、A2 系統思考與解決問題、A3 規劃執行與創新應變、B2 科技資訊與媒體素養、C2 人際關係與團隊合作		
成果展示	同意於校內學習平台提供自主學習成果與資料給其他同學參考		

自主學習進度安排				
週次	日期	課程	自學內容	自學場地
2	110/03/02 (二)	自主學習	整理資料與器材 1. 太陽黑子與米粒組織的基本知識(由陳蓁負責) 2. 利用太陽黑子計算太陽自轉週期的方法(由陳慧瓊負責) 3. 觀測、拍攝方法與所需器材(由楊愷晴負責)	儀器室
2	110/03/04 (四)	自主學習	整理資料與器材 1. 太陽黑子與米粒組織的基本知識(由陳蓁負責) 2. 利用太陽黑子計算太陽自轉週期的方法(由陳慧瓊負責) 3. 觀測、拍攝方法與所需器	儀器室

			材(由楊愷晴負責)	
3	110/03/09 (二)	自主學習	目測與手機拍攝 互相討論 資料 1. 先以目測尋找太陽位置 (使用日蝕觀測眼鏡) 2. 架儀器，用事前討論的方法追蹤太陽 3. 並進行手機拍攝，嘗試轉換不同目鏡	科大 4F 走廊
3	110/03/11 (四)	自主學習	目測與手機拍攝 互相討論 資料 1. 先以目測尋找太陽位置 (使用日蝕觀測眼鏡) 2. 架儀器，用事前討論的方法追蹤太陽 3. 並進行手機拍攝，嘗試轉換不同目鏡	科大 4F 走廊
4	110/03/16 (二)	自主學習	目測與手機拍攝 互相討論 資料 1. 先以目測尋找太陽位置 (使用日蝕觀測眼鏡) 2. 架儀器，用事前討論的方法追蹤太陽 3. 並進行手機拍攝，嘗試轉換不同目鏡	科大 4F 走廊
4	110/03/18 (四)	自主學習	目測與手機拍攝 互相討論 資料 1. 先以目測尋找太陽位置 (使用日蝕觀測眼鏡) 2. 架儀器，用事前討論的方法追蹤太陽 3. 並進行手機拍攝，嘗試轉換不同目鏡	科大 4F 走廊
7	110/04/06 (二)	自主學習	接單眼相機拍攝與修圖 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝 4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織 5. 將現有照片做計算，嘗試	科大 4F 走廊

			運用軟體算出太陽的自轉週期	
7	110/04/08 (四)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝 4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織 5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期 	科大 4F 走廊
8	110/04/13 (二)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝 4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織 5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期 	科大 4F 走廊
8	110/04/15 (四)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝 4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織 5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期 	科大 4F 走廊
9	110/04/20 (二)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤 	科大 4F 走廊

			<p>太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	
9	110/04/22 (四)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	科大 4F 走廊
10	110/04/27 (二)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	科大 4F 走廊
10	110/04/29 (四)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週</p>	科大 4F 走廊

			期	
11	110/05/04 (二)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝 4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織 5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期 	科大 4F 走廊
11	110/05/06 (四)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝 4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織 5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期 	科大 4F 走廊
13	110/05/18 (二)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝 4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織 5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期 	科大 4F 走廊
13	110/05/20 (四)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 	科大 4F 走廊

			<p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	
14	110/05/25 (二)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	科大 4F 走廊
14	110/05/27 (四)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	科大 4F 走廊
15	110/06/01 (二)	自主學習	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	科大 4F 走廊
15	110/06/03	自主學習	接單眼相機拍攝與修圖	科大 4F

	(四)		<ol style="list-style-type: none"> 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝 4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織 5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期 	走廊
16	110/06/08 (二)	自主學習	整理報告、疊圖 <ol style="list-style-type: none"> 1. 將前兩個月的照片做整理，並嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期，預計可以做出兩份自轉數據 2. 整理成一份報告，包括我們的事前準備資料、方法、實際操作過程以及最終的成果呈現 	電腦教室
16	110/06/10 (四)	自主學習	整理報告、疊圖 <ol style="list-style-type: none"> 1. 將前兩個月的照片做整理，並嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期，預計可以做出兩份自轉數據 2. 整理成一份報告，包括我們的事前準備資料、方法、實際操作過程以及最終的成果呈現 	電腦教室
17	110/06/15 (二)	自主學習	整理報告、疊圖 <ol style="list-style-type: none"> 1. 將前兩個月的照片做整理，並嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期，預計可以做出兩份自轉數據 2. 整理成一份報告，包括我們的事前準備資料、方法、實際操作過程以及最終的成果呈現 	電腦教室
17	110/06/17 (四)	自主學習	整理報告、疊圖 <ol style="list-style-type: none"> 1. 將前兩個月的照片做整理，並嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期，預計可以做出兩份自轉數據 	電腦教室

			2. 整理成一份報告，包括我們的事前準備資料、方法、實際操作過程以及最終的成果呈現	
18	110/06/22 (二)	自主學習	整理報告、疊圖 1. 將前兩個月的照片做整理，並嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期，預計可以做出兩份自轉數據 2. 整理成一份報告，包括我們的事前準備資料、方法、實際操作過程以及最終的成果呈現	電腦教室
18	110/06/24 (四)	自主學習	整理報告、疊圖 1. 將前兩個月的照片做整理，並嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期，預計可以做出兩份自轉數據 2. 整理成一份報告，包括我們的事前準備資料、方法、實際操作過程以及最終的成果呈現	電腦教室

以下為審查填寫欄，申請者勿填。

審查	<input checked="" type="checkbox"/> 通過 <input type="checkbox"/> 待修正 <input type="checkbox"/> 不通過 審查意見： 認證： 陳雅芳老師
家長簽名	
學校核章	國立新竹女子高級中學 自主學習小組

第貳部分、學習成果

自主學習每周進度、心得記錄					
週次	日期	自學內容	檢核進度	學習心得	自學場地
2	110/03/02 (二)	整理資料與器材 1. 太陽黑子與米粒組織的基本知識(由陳蓁負責) 2. 利用太陽黑子計算太陽自轉週期的方法(由陳慧瓴負責) 3. 觀測、拍攝方法與所需器材(由楊愷晴負責)	完全達標	我上網搜尋了拍攝太陽的方法，很幸運地找到台北天文館的資料，裡面的敘述很詳盡，提供很多實用的技巧，讓我對望遠鏡有更深入的了解。	儀器室
2	110/03/04 (四)	整理資料與器材 1. 太陽黑子與米粒組織的基本知識(由陳蓁負責) 2. 利用太陽黑子計算太陽自轉週期的方法(由陳慧瓴負責) 3. 觀測、拍攝方法與所需器材(由楊愷晴負責)	完全達標	今天聽組員分享太陽科學這本書的內容，學到很多新知識，原來太陽不同緯度有不同的自轉角速度。	儀器室
3	110/03/09 (二)	目測與手機拍攝 互相討論資料 1. 先以目測尋找太陽位置(使用日蝕觀測眼鏡) 2. 架儀器，用事前討論的方法追蹤太陽 3. 並進行手機拍攝，嘗試轉換不同目鏡	稍有落後	今天聽組員分享別人做太陽較差自轉的科展，那是民國 94 年的資料，圖片的細節模糊、難以辨識，只看文字我們也無法清楚了解。看不懂是件令人沮喪的事，但一起思考的過程很有趣。	科大 4F 走廊
3	110/03/11	目測與手機拍攝	稍有落	今天把所需要的	科大 4F 走廊

	(四)	<p>互相討論資料</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 先以目測尋找太陽位置(使用日蝕觀測眼鏡) 2. 架儀器，用事前討論的方法追蹤太陽 3. 並進行手機拍攝，嘗試轉換不同目鏡 	後	<p>觀測儀器全部備齊。將濾鏡裝上望遠鏡時遇到一點麻煩，它似乎沒辦法平整的裝到望遠鏡上，一下左邊高，一下右邊高，我們決定去詢問以前的天文社學姊濾鏡如何使用。</p>	
4	110/03/16 (二)	<p>目測與手機拍攝 互相討論資料</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 先以目測尋找太陽位置(使用日蝕觀測眼鏡) 2. 架儀器，用事前討論的方法追蹤太陽 3. 並進行手機拍攝，嘗試轉換不同目鏡 	稍有落後	<p>有了學姊的指點，我們成功將太陽濾鏡裝上望遠鏡，可惜今天下雨，無法進行觀測。</p>	儀器室\
4	110/03/18 (四)	<p>目測與手機拍攝 互相討論資料</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 先以目測尋找太陽位置(使用日蝕觀測眼鏡) 2. 架儀器，用事前討論的方法追蹤太陽 3. 並進行手機拍攝，嘗試轉換不同目鏡 	稍有落後	<p>今天成功將望遠鏡接上相機並進行攝影，可惜我們選的地點在下午看不到太陽，只能先練習拍攝校園景物。我們在另一棟大樓找到視野不會被擋住的地方，下次就換到那裏觀測。</p>	科大 4F 走廊
7	110/04/06 (二)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 	完全達標	<p>今天到新地點進行觀測，視野沒有被擋道，順利觀測到太陽，也練習用相機視窗尋找太陽(以前找天體都是透過目鏡)，是個新體</p>	<p>教學大樓 4F 露臺 (視野不會被擋到的新地點)</p>

		<p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>		驗。	
7	110/04/08 (四)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	完全達標	繼續在新地點練習拍攝太陽，但我對於相機的使用還不太熟練，特別是用相機對焦，這個部分要在看一下說明書。	教學大樓 4F 露臺
8	110/04/13 (二)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	稍有落後	今天是陰天，沒辦法觀測太陽，於是我們拍攝空走廊、校園中的樹，每一張調整一個參數(光圈、快門、ISO)，練習針對不同景物調整不同參數的數值。	科大 4F 走廊
8	110/04/15 (四)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相</p>	完全達標	今天成功拍到太陽!可是拍出來的太陽太亮，而且	教學大樓 4F 露臺

		<p>機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>		<p>邊緣模糊，可能是快門時間不構短，曝光過度導致的結果，下次嘗試將快門時間調更短。</p>	
9	110/04/20 (二)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	完全達標	<p>今天成功拍到太陽!我們把快門時間調更短，拍出來的太陽的確不會太亮，但邊緣還是有點模糊，可能是對焦沒有對到最精準。</p>	教學大樓 4F 露臺
9	110/04/22 (四)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用</p>	完全達標	<p>今天成功拍到太陽!我們發現我們使用的相機接環沒有很密合，對好焦後相機搖晃又得重新對焦，光是做這件事就花了不少時間。下次可以尋找其他相機接環，看看能不能更吻合。</p>	教學大樓 4F 露臺

		軟體算出太陽的自轉週期			
10	110/04/27 (二)	接單眼相機拍攝與修圖 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝 4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織 5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期	稍有落後	今天遇到的問題：沒有找到其他適合的相機接環，只好先將計就計用手動的方式追蹤太陽並對焦，如果用 STARBOOK 追蹤太陽，對焦的時候就不用擔心太陽會跑出視野。	教學大樓 4F 露臺
10	110/04/29 (四)	接單眼相機拍攝與修圖 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝 4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織 5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期	完全達標	今天拿 STARBOOK，想用來追蹤太陽，可是它似乎故障了，接上電源後沒有反應，所以我們依舊以手動方式追蹤太陽，雖然累但蠻有趣的。	教學大樓 4F 露臺
11	110/05/04 (二)	接單眼相機拍攝與修圖 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝	完全達標	今天在儀器室找到天頂稜鏡，用這個觀測高仰角的天體很方便。很可惜我們還是沒有觀察到太陽黑子，下次要來討論如何取得太陽的照片作分	教學大樓 4F 露臺

		<p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>		析。	
11	110/05/06 (四)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	稍有落後	由於我們一直拍不到太陽黑子，我們決定使用 NASA 網站上的太陽照片，資料庫有從 2006 年到現今每一天的太陽照片，很方便，原來資源一直在我們身邊，只是有沒有去找而已。	電腦教室
13	110/05/18 (二)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	完全達標	今天下載了 NASA 網站上的太陽照片，利用小畫家標出黑子的座標，小畫家這個程式雖然普通，但也有好用的地方，用來照片座標化很適合。沒辦法使用望遠鏡拍攝很可惜，我們好不容易抓到調整快門的訣竅了。	電腦教室
13	110/05/20 (四)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼</p>	稍有落後	由於停課，今天和組員視訊討論如何繼續完成自主學習。有了太	自宅 (配合新冠肺炎三級警戒，遠距教學至期

		<p>相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>		<p>陽黑子的照片，我們可以做分析了，但對於最初參考的科展有理解上的困難，決定尋找其他研究資料。</p>	未)
14	110/05/25 (二)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期</p>	完全達標	<p>我們請教了社團老師(天文社)，得到很大的幫助，老師說明了計算的方法，我目前還一知半解，下次繼續好好研讀，希望可以理解。</p>	自宅
14	110/05/27 (四)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <p>1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方</p> <p>2. 延續之前使用的方法追蹤太陽</p> <p>3. 拍攝</p> <p>4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織</p> <p>5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的</p>	完全達標	<p>今天再把老師提供的資料好好看了一遍，有比較理解其中原理了，三圍的旋轉矩陣對我來說很困難，因為我還沒學到矩陣。另外要發揮一點想像力才能掌握日地系統的空間關係，這個思考的過程很有趣。</p>	自宅

		自轉週期			
15	110/06/01 (二)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝 4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織 5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期 	完全達標	今天開始將計算公式用程式碼打出來，學校資訊課教的東西派上用場了!我們遇到沒教過的語法就上網查，學到了如何用程式計算平方和開根號。	自宅
15	110/06/03 (四)	<p>接單眼相機拍攝與修圖</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 找到適合的相機接環，將單眼相機裝置於望遠鏡後方 2. 延續之前使用的方法追蹤太陽 3. 拍攝 4. 先進行圖片後製找出黑子與米粒組織 5. 將現有照片做計算，嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期 	完全達標	今天繼續研究程式碼，從組員那邊學到 struct 這個技巧，在主函式前先自行定義結構，就可以更方便的計算每筆黑子的數據，程式是很棒且實用的工具，希望未來能學到更多語法。	自宅
16	110/06/08 (二)	<p>整理報告、疊圖</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 將前兩個月的照片做整理，並嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期，預計可以做出兩份自轉數據 2. 整理成一份報告，包括我們的 	完全達標	今天研究了程式碼中計算日期的部分，我們想知道拍攝太陽的日期是 3/21 往後算的第幾天，這很像國小的數學題目，但要轉乘程式碼就有點困難，要觀察它的	自宅

		事前準備資料、方法、實際操作過程以及最終的成果呈現		規律。	
16	110/06/10 (四)	整理報告、疊圖 1. 將前兩個月的照片做整理，並嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期，預計可以做出兩份自轉數據 2. 整理成一份報告，包括我們的事前準備資料、方法、實際操作過程以及最終的成果呈現	完全達標	今天整理之前實作過程三位組員的照片，由於大家都專注在望遠鏡的使用及拍攝太陽，過程中常常忘記拍組員實作的照片，導致幾次觀測下來沒有很多我們的照片，未來進行長期活動要記得定時拍照做紀錄。	自宅
17	110/06/15 (二)	整理報告、疊圖 1. 將前兩個月的照片做整理，並嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期，預計可以做出兩份自轉數據 2. 整理成一份報告，包括我們的事前準備資料、方法、實際操作過程以及最終的成果呈現	完全達標	今天整理我們之前拍攝的太陽照片，真是噩夢，焦都沒有對好。但拍攝過程中對望遠鏡的使用更熟悉，看這些我們拍的照片還是很有成就感，因為那代表嘗試多次後得到的成果。	自宅
17	110/06/17 (四)	整理報告、疊圖 1. 將前兩個月的照片做整理，並嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期，預計可以做出兩份自轉數據 2. 整理成一份報告，包括我們的事前準備資料、	完全達標	今天將一學期下來的成果彙整在一起，我負責補充 SOHO 航天器的背景資料，我們之前只知道它會拍太陽的照片，原來它原本的目的是尋找太陽風的來源，認識不同的太空任務很	自宅

		方法、實際操作過程以及最終的成果呈現		有趣。	
18	110/06/22 (二)	整理報告、疊圖 1. 將前兩個月的照片做整理，並嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期，預計可以做出兩份自轉數據 2. 整理成一份報告，包括我們的事前準備資料、方法、實際操作過程以及最終的成果呈現	完全達標	今天和組員一起編輯成果報告，學到了 word 排版的技巧，善用表格讓版面更乾淨、依照小論文的格式讓報告結構更完整。	自宅
18	110/06/24 (四)	整理報告、疊圖 1. 將前兩個月的照片做整理，並嘗試運用軟體算出太陽的自轉週期，預計可以做出兩份自轉數據 2. 整理成一份報告，包括我們的事前準備資料、方法、實際操作過程以及最終的成果呈現	完全達標	今天繼續完成成果報告，一學期下來學到好多新知識，合作過程中也學到安排進度的重要，因為學期中計畫有變數，所以進度也應該重新安排，才不會都堆到期末。	自宅

成果簡述

計畫改變：

我們原本計畫自行拍攝太陽黑子的影像，但儀器操作上遇到一些問題、一直拍不到太陽黑子、最近又是太陽黑子極小期，學期中我們改變方法，退而求其次使用 NASA 網站上 SOHO 航天器所拍攝之太陽照片作分析，並請教天文社社團老師計算方法，經過幾個禮拜的計算與整理後，完成太陽較差自轉的證明。

最終成果：

分成自行拍攝太陽和利用 SOHO 照片作分析兩個部分。前者我們使用望遠鏡以及相機進行拍攝，拍出不少太陽照片，可惜沒都沒拍到黑子。後者使用 SOHO 的照片，參考他人計算方法、寫程式計算黑子所在經緯度、自轉角速度、週期，最後產出的資料(黑子緯度、角速度)用 Excel 繪製圖表進行線性分析，並與台北天文館研究文章中提到的「太陽緯度及太陽自轉角速度關係式」、日本國立天文台的觀測資料做係數比對，探討造成誤差的可能

原因。

成果報告

摘要

這次的自主學習計畫，簡單概括就是我們想透過分析太陽黑子的移動軌跡，來了解太陽較差自轉現象。

高中課程包含到的天文知識相較片面，而即便我們身為天文社的幹部，對於天文物理與數學間的計算在一開始也並不是那麼熟悉，因此在找尋運算的方法與運算過程中都遇到了種種難題，包括解讀參考資料上的不易以及運算過程中需要使用尚未學過的數學工具；另外，我們原先計畫中，太陽黑子的影像來源本是要自行拍攝，但由於近來巧遇上了太陽黑子活躍的極小期，加之天候欠佳，以及追蹤太陽的 Starbook 無法正常運做，因此退而求其次使用 NASA 提供的 SOHO 航天器所拍攝的太陽照片做分析，後來也請教了社團指導老師林彥興另類比較適合高中生的運算方法，最終才證明了太陽的較差自轉現象。

壹、研究動機

身為天文社的幹部本身就對於天文攝影與天文物理十分感興趣，經過一致討論後決定選擇一個能包含兩者的題材作為自主學習的主題，但因為學校規定晚上 6:00 後不能入校，因此沒辦法拍攝星團、星雲等夜空中的星體，於是我們決定拍攝白天空中的霸主太陽，更進一步的延伸到了拍攝太陽黑子，也才有了藉由分析太陽實際照片中的黑子移動軌跡，了解太陽較差自轉現象這個主題。

貳、研究目的

透過分析太陽實際照片中的黑子移動軌跡，了解太陽較差自轉現象。

參、與十二年國教核心素養之關聯

- A1：身心素質與自我精進
- A2：系統思考與解決問題
- A3：規劃執行與創新應變
- B2：科技資訊與媒體素養
- C2：人際關係與團隊合作

肆、研究流程

一、了解太陽的相關背景知識

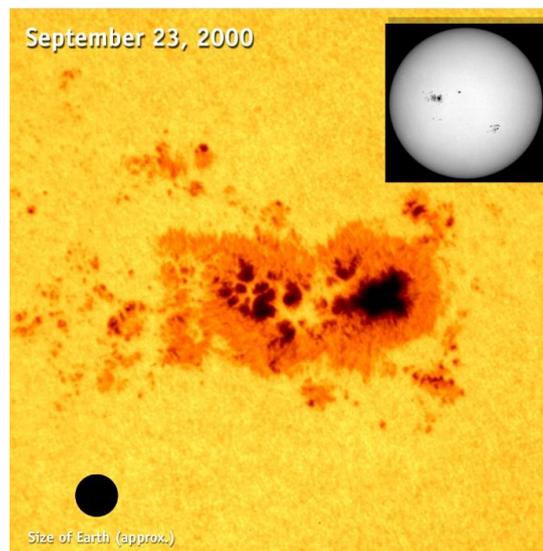
由於太陽是我們這次的觀測對象，而太陽黑子更是讓我們可以間接算出太陽外部的自轉周期，進一步證明太陽的較差自轉現象。為了先更認識我們的研究對象，我們在實作的最初階段便先蒐集了許多太陽的相關資料，並著重於對黑子的了解，接下來我們會就查詢到的資料一一簡單介紹。

首先是太陽整體的部分，太陽是一顆電漿球，由內而外可分為三大部分，分別為核心、輻

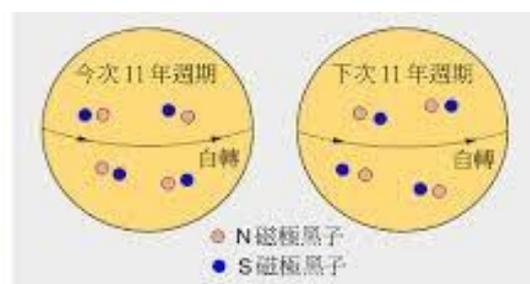
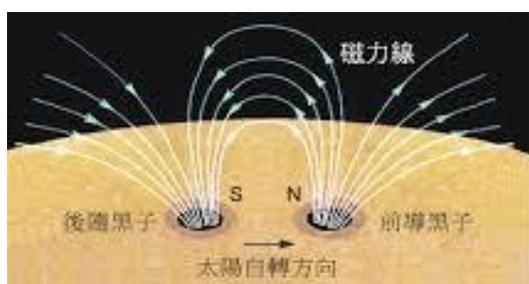
射層、對流層。核心處溫度、壓力、密度極高，使得它得以發生核融合反應，將能量向外傳出，由於擁有龐大反應量而造成其巨大能量的輸出。能量主要以輻射方式傳遞，通過輻射層後到達對流層，熱氣團上升並將能量輻射出去，而外部溫度較低的氣團則下降，產生對流，一團一團的對流電漿則形成在太陽表面我們所看到的米粒組織。在太陽的表面及大氣層處，由內而外又可細分成光球層、色球層、日冕層三層，此處包含了日珥、日冕、日冕洞、太陽黑子等結構及相關表面活動，其形成與活躍度大多都跟磁場有關，像是日珥便是電漿沿著磁力線運動，被束縛在磁場結構中而形成低溫高密度電漿結構，而當太陽磁場扭曲、強度增強時，更會造成黑子數增加、日冕形狀改變、閃焰爆發等等現象。

接下來我們會針對這次研究的主角—黑子做更進一步的描述。黑子顧名思義就是太陽表面較黑的部分，可分為中央顏色較深的本影區及周圍的半影區，(如圖一所示)，同時它也是太陽表面局部磁場較強的地方，約比附近平均磁場高出一千多倍。通常黑子會成對出現，此時一對便可分成前導黑子及後隨黑子，兩者間連接著許多條磁粒線，磁性前後相反並且南北相反(如圖二、三所示)。

至於談論黑子的成因則要先從較差自轉講起，由於太陽並非固體天體，因此在自轉的過程中就會產生不同緯度擁有不同自轉角速度的現象，稱作「較差自轉」，而此較差自轉久而久之便會造成南北向的磁力線纏繞、扭曲、打結，強大的磁壓使得磁力線浮出對流層，強大的磁場抑制了此區塊對流，而形成了溫度低的區域，也就是黑子(溫度約為4240K，其他區域則約是5800K)。當此磁場扭曲太過複雜時便會重新組合且南北磁性互換，而每輪重新組合的周期約是11年，同時這也是太陽黑子的週期，因為磁力線會從中高緯處開始盤纏，產生黑子，之後再慢慢移往低緯，於接近赤道時消失。如果將歷年黑子出現及移動的位置做圖便可得到大家所熟知的「蒙德蝴蝶圖」，可清楚瞭解到黑子的週期變化。

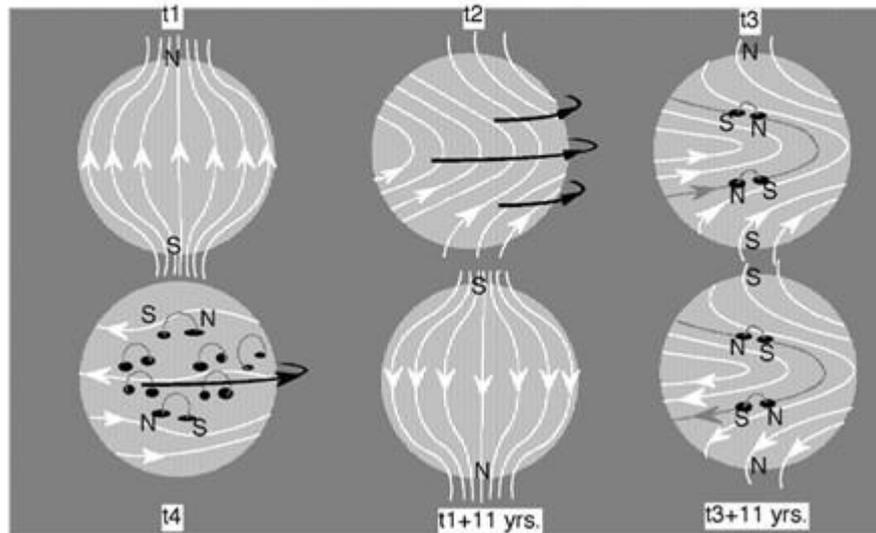


圖一、黑子中央深色區塊為本影區，周圍為半影區



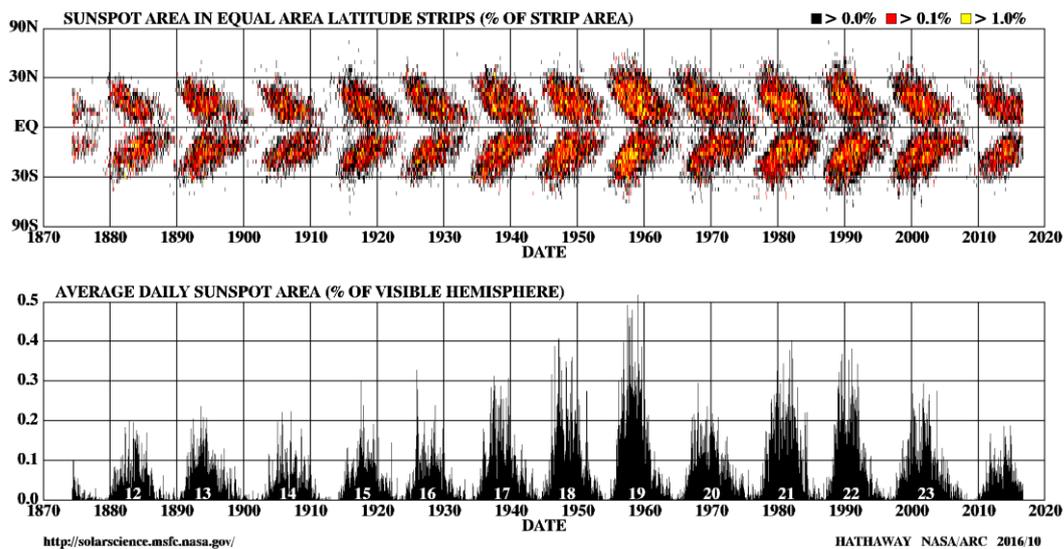
圖二
圖三

A sketch of the formation of sunspots and the 22-years sunspot cycle due to the differential rotation of plasma in the photosphere



圖四、太陽磁場及黑子的周期變化（每11年為一周期）

DAILY SUNSPOT AREA AVERAGED OVER INDIVIDUAL SOLAR ROTATIONS



圖五、上圖為蒙德蝴蝶圖，下圖為平均每日黑子區域在半球的占比

二、實作過程與方法

這次的研究中我們主要透過分析太陽的照片，根據照片中黑子每天的移動算出該緯度的太陽自轉周期，再透過不同黑子群的數據比對，進而證明太陽的較差自轉現象。

在研究的最一開始我們原本打算實際使用望遠鏡拍攝太陽（即下面所指的方法一），但由於碰上了天候不佳以及無法常常使用儀器的問題，我們雖然已大致了解如何去使用和拍攝，但尚未拍攝出好的成果。

沒有好的照片可以分析加上我們那時尚未掌握到後續的計算方法，我們開始想到，何不用

一開始用來確認今天是否有黑子的 SOHO 航天器照片直接來分析呢？在查詢資料以及老師討論後，老師提供了我們第二個方法：利用立體座標系以及旋轉矩陣求出黑子緯度和角速度，而促成了我們最終成果的展現。

以下為我們過程中使用的方法一以及方法二詳細介紹：

(一) 方法一：使用儀器拍攝太陽照片後計算，進而求出太陽自轉角速度

1. 需使用之器材及攝影方法

名稱	數量	備註
折射式望遠鏡	一台	型號：ED102S
腳架	一副	
赤道儀	一台	型號：SXD
單眼相機	一台	型號：Canon 80D
赤道儀控制盒(Starbook)	一個	
相機接環		

2. 攝影方法及步驟：

- (1) 打開三腳架，調整至水平（使用手機的水平儀）
- (1) 裝上三腳盤（注意螺絲要由下往上鎖）
- (2) 裝上赤道儀
- (3) 拉出重錘桿，裝上重錘（注意重錘的小洞在上）
- (4) 裝上鏡筒
- (5) 利用相機接環連接相機和鏡筒
- (6) 先用遠方景物對焦
- (7) 裝上太陽濾鏡
- (8) 鏡頭對準太陽（可以利用影子，調整到影子最小的狀態）
- (9) 使用相機 Live View 模式對焦，亦可局部放大，用黑子對焦
- (10) 進行拍攝

參考資料：

〈EASY 拍星空〉刊物：[太陽拍攝 I 和日偏食記錄](#)（吳昆臻，民 108）

3. 實作紀錄

日期及時間	2021/03/18 12:30~14:00
-------	------------------------

流程	<ol style="list-style-type: none"> 1. 架設望遠鏡 2. 裝上相機 3. 練習拍攝校園內景物
遇到的問題	實作地點位於走廊底端，該時間點太陽會被建築物擋住，無法進行觀測與拍攝
問題解決方法	更換觀測地點，我們在另一棟樓找到該時間點不會被擋到的地點

實作照片

圖六



圖七



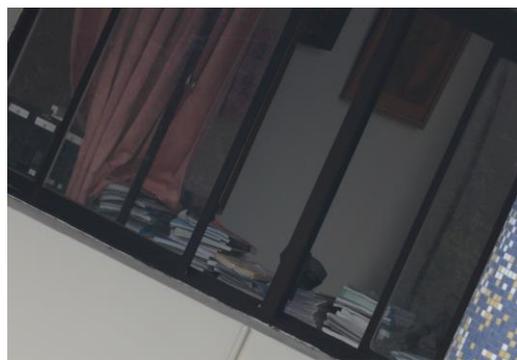
圖八



圖九



圖十



日期及時間	2021/04/22 12:30~14:00
流程	<ol style="list-style-type: none">1. 架設望遠鏡2. 裝上相機3. 裝上濾鏡4. 練習拍攝太陽
遇到的問題	<ol style="list-style-type: none">1. 相機接環無法完全鎖緊，對焦時鏡頭會搖晃，影響對焦2. 太陽跑太快，還沒對完焦就跑出視野，導致須重新將太陽置於畫面中央重新對焦
問題解決方法	<ol style="list-style-type: none">1. 尋找其他可用的相機接環2. 使用 STARBOOK 追蹤太陽，對焦的時候就不用擔心太陽會離開視野（但是我們學校的 STARBOOK 壞掉了）
實作照片	



圖十一



圖十二

(快門：1/30 秒 ISO：1000)



圖十三

(快門：1/400 秒 ISO：1000)



圖十四

日期及時間	2021/04/30 12:30~13:00
流程	1. 架設望遠鏡 2. 使用天頂稜鏡觀測太陽，利用手機拍攝
遇到的問題	仍觀察不到太陽黑子
問題解決方法	使用 SOHO 航天器拍攝的照片

實作照片



圖十五



圖十六

4. 參考別人計算太陽角速度報告之理解紀錄：

我們一開始是先線上搜尋資料，搜尋有沒有人做過相關題材可以供我們了解這個主題的實際做法，後來經過篩選後決定參考作者與我們年紀較相仿的這篇文章：屏東女中科展報告

[暈頭轉向—揭開太陽自轉的面紗](#)（洪嘉妤、黃怡雯、鄒佳諭，民 94）

我們大致彙整一下這份報告中用的方法步驟：



接著我們還原這份報告中的步驟與內容，但實際上卻遇到了許多困難：

(1) 時間：

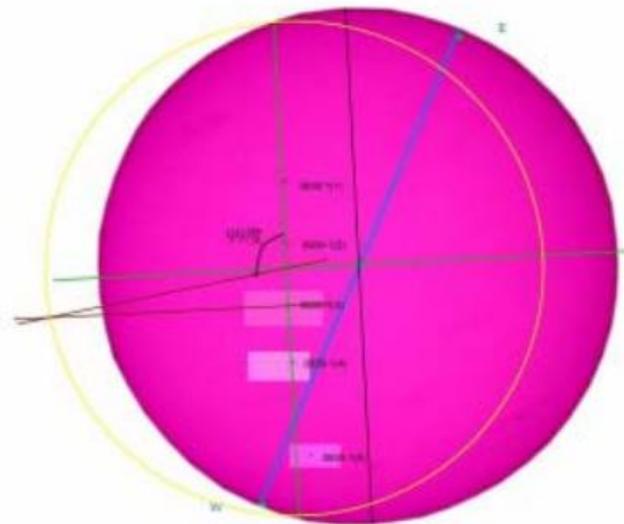
這份報告書寫的年份是民國 94 年，所以其中的許多應用到的程式版本與現在能下載到的都已經相差甚遠，功能也變化了不少。

例如：報告中有用到 Photo Impact，並配合他們設計的步驟去讀取太陽黑子離所在緯度線和盤面東邊邊緣交點的夾角，但由於目前版本的 Photo Impact 功能鍵位置改變了，也不太清楚有什麼效果一樣的方法可以運用，以至於我們無法將這步驟還原。

(2) 圖片：

這份報告中的圖片解析度較差，但部分關於角度的描述及說例又十分仰賴圖片的輔助，所以理解上遇到了很大的障礙。

例如：下圖為一張描述太陽黑子離所在緯度線和盤面東邊邊緣交點之夾角的圖片，但由於圖片太過模糊，其標示線條的文字無法辨識。



編號 0930-1 黑子離所在緯度線和盤面東邊邊緣交點之夾角為 99 度
 $\Delta \theta = 99 - 84 = 15$ 即為這段期間內 0930-1 黑子所移動的角度

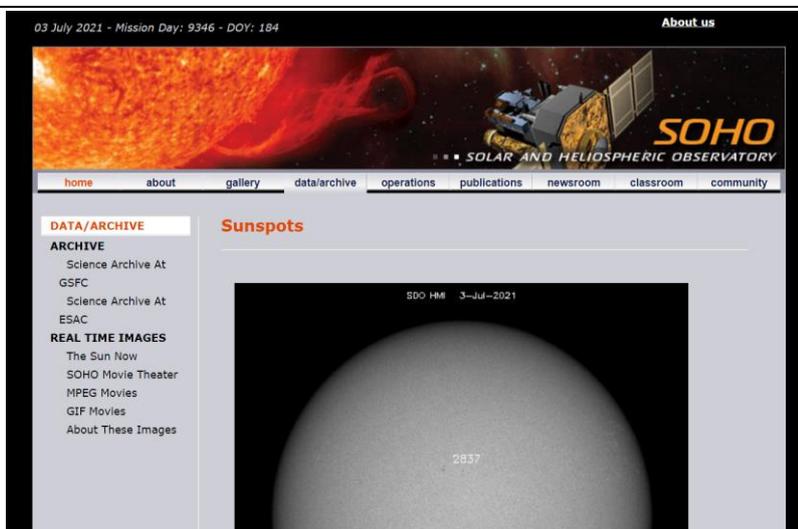
圖十七

綜合上述種種原因，包括拍攝上的不易以及參考報告上的困難，我們決定改變方法，也就是方法二。

(二) 方法二：使用 SOHO 照片和程式計算出太陽自轉角速度

1. 找 NASA 照片、補充 SOHO

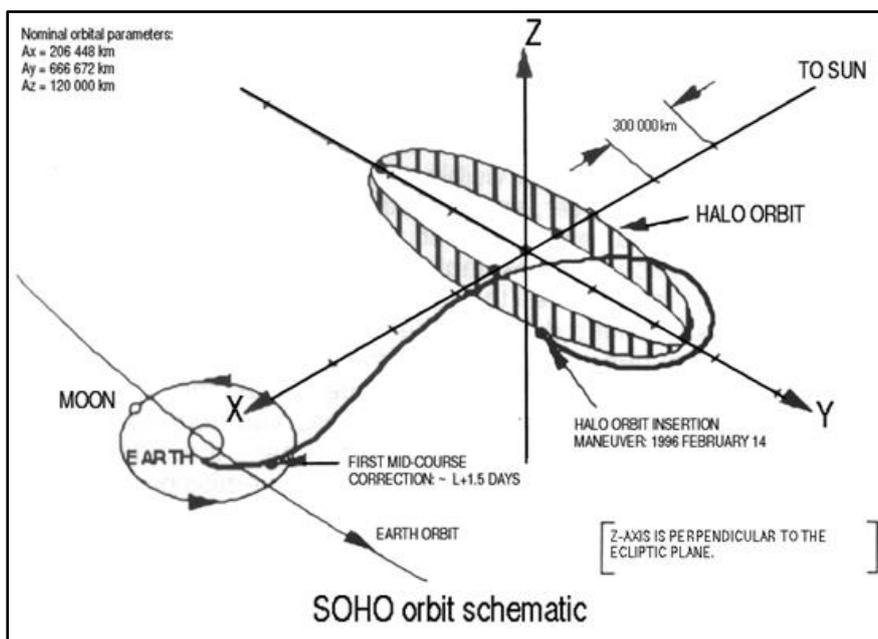
因為我們拍的照片中沒有黑子，所以我們決定使用 NASA 網站上利用 SOHO 航天器拍的太陽照片作分析。



圖十八、SOHO 官網

SOHO 航天器是由 NASA 和 ESA 合作執行的計畫，專門研究學術界對太陽的種種問題，例如太陽風的生成、太陽內部結構、日冕為何存在。目前的成就包括：測量太陽風的加速度、發現新的太陽活動現象（日冕波、太陽龍捲風）、監測太陽輻射強度和紫外線光通量等等，幫助我們了解太陽對地球氣候的影響。

SOHO 航天器於 1995 年發射，至今仍持續運作，以特定週期繞第一拉格朗日點轉。

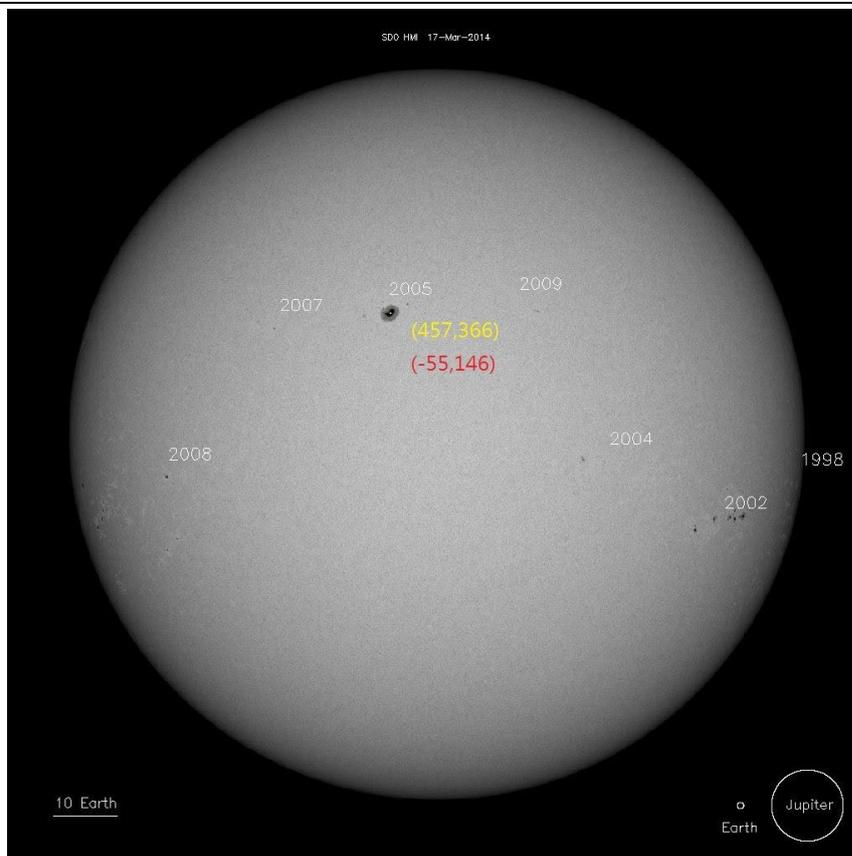


圖十九、SOHO 航天器運行軌道（圖片來源：SOHO 官網）

2. 請教老師得知大致方法

(1) 從 SOHO 的照片上定出黑子的像素座標：

我們將照片放到小畫家上，由於 SOHO 的照片剛好是正方形的，因此整張照片的像素是 1024×1024 。我們將圖中央訂為 $(0,0)$ ，求出黑子的像素座標 (y_p, z_p) ，而太陽在圖中的半徑是 440，以 $r_{\odot,p}$ 表示。



圖二十、標上黑子像素座標的 SOHO 太陽照片
(像素座標以紅字標示，圖片來源：SOHO 官網)

(2) 將黑子座標換算成與太陽大小等比例的立體座標：

在旋轉之前，我們需要先將黑子像素座標轉換成立體的 x 、 y 、 z 座標，如圖所示。

而根據 NASA 官網的數據得知太陽的實際半徑 R_{\odot} 約為 6.957×10^7 公尺，為了要將座標放大為實際比例，前面要再乘上 $\frac{R_{\odot}}{r_{\odot,p}}$ ，若將換算成等比例的立體座標表示成 $(x_{SOHO}, y_{SOHO}, z_{SOHO})$ ，可得轉換公式為：

$$x_{SOHO} = \frac{R_{\odot}}{r_{\odot,p}} \sqrt{r_{\odot,p}^2 - y_p^2 - z_p^2}$$

$$y_{SOHO} = \frac{R_{\odot}}{r_{\odot,p}} y_p$$

$$z_{SOHO} = \frac{R_{\odot}}{r_{\odot,p}} z_p$$

(3) 旋轉座標系：

為了以黑子的實際座標算出每天移動的角度差，我們需要將原始照片得出的等比例立體座標系做兩次旋轉。在黃道座標系中，黃道面法向量為 Z 軸，太陽中心與春分點連線方向為 X 軸，而赤道座標系則以赤道面法向量為 Z 軸，以太陽中心與春分點連線方向為 X 軸。首先我們由查詢得知太陽自轉軸的指向為赤經

286.13°、赤緯 63.87°，經由乘上對 X 軸轉 23.4° 的旋轉矩陣後可得太陽自轉軸指向為黃經 346.23°、黃緯 82.76°。若定義太陽自轉對黃道升交點的方向為 x 軸，則 x 軸所在的黃經（以 λ 表示）會與自轉軸的黃經夾 90° 角，

$\lambda = (346.23^\circ + 90^\circ) - 360^\circ = 76.23^\circ$ 。至於 SOHO 每天拍照所在位置的黃經

$\lambda_{SOHO} = \frac{360^\circ}{365.2563} \times date$ （此處的 $date$ 指的是與春分點日期 3/21 所相差的天數，比如 3/22 的 $date$ 就是 1）。

在第一次的旋轉中，我們先將照片已放大成等比例的立體座標系對黃道面 Z 軸旋轉 $76.23^\circ - \lambda_{SOHO}$ ，又因為太陽自轉軸與黃道面 Z 軸夾 $90^\circ - 82.76^\circ = 7.24^\circ$ ，因此需要再將座標系對黃道 X 軸旋轉 7.24°，進行第二次旋轉。最終會得到以太陽中心為 (0,0)，實際長度的太陽黑子座標 $(x_\odot, y_\odot, z_\odot)$ 。

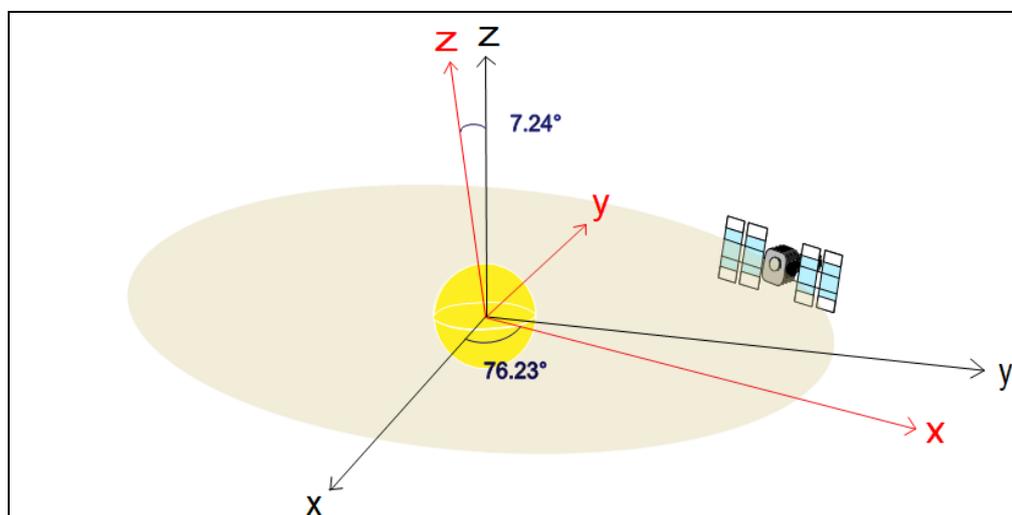
將以上敘述整理成公式：

$$\text{第一次的旋轉矩陣：} R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{第二次的旋轉矩陣：} R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

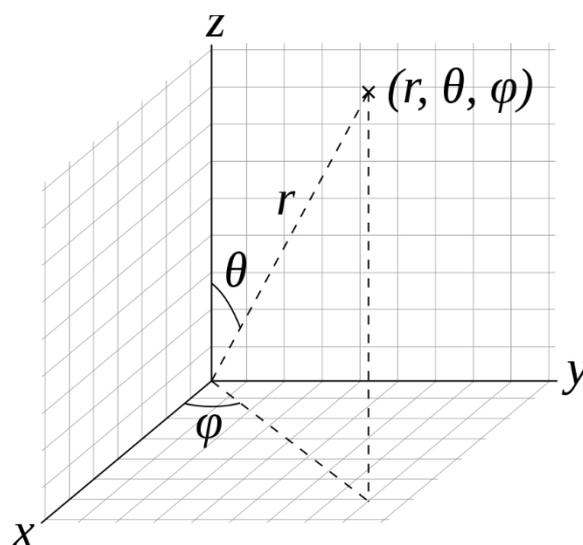
$$\text{可得：} \begin{bmatrix} x_\odot \\ y_\odot \\ z_\odot \end{bmatrix} = R_x(7.24^\circ) R_z(76.23^\circ - \lambda_{SOHO}) \begin{bmatrix} x_{SOHO} \\ y_{SOHO} \\ z_{SOHO} \end{bmatrix}$$

若將上述的兩次旋轉以圖來表示，即是將 SOHO 照片中的座標系先放大成等比例立體座標系後，由圖二十一中黑色標示的座標系轉到紅色座標系的過程。



圖二十一

(4)由轉換完畢之座標求出黑子所在經緯度、自轉角速度和週期：



圖二十二（圖片來源：維基百科）

如圖所示，若我們將太陽與自轉軸的夾角設為 θ_{\odot} ，黑子座標對xy平面投影點與x軸夾的角度設做 ϕ_{\odot} ，可得 θ_{\odot} 與 ϕ_{\odot} 的關係式為：

$$\theta_{\odot} = \cos^{-1}\left(\frac{z_{\odot}}{R_{\odot}}\right)$$

$$\phi_{\odot} = \tan^{-1}\left(\frac{y_{\odot}}{x_{\odot}}\right)$$

將 90° 減去 θ_{\odot} 即得到黑子所在緯度，而 ϕ_{\odot} 則會隨著時間變動，以每天 ϕ_{\odot} 變動的
平均差值便可知這顆黑子的自轉角速度，這邊以度/天為單位。我們可以再
將緯度及角速度進一步比較證明較差自轉以及作圖分析。至於將 360° /（每天
 ϕ_{\odot} 變動的
平均差值）則可得到太陽的自轉週期。

(5)將方法轉換成程式

為求計算方便，我們將上述計算方法轉換成C++程式語言，利用CodeBlocks軟體¹進行輸入和輸出。（詳見於附錄）

(6)整理黑子數據資料

¹ [CodeBlocks](#)

個數	黑子 編號	日期	時間	周期(天/圈)	平均緯度(90°-φ)	平均角速度 (ω)(度/天)	sin ² (90°-φ)
1	2005	2014/3/16	17:54	27.1124	25.9293	13.2781	0.1912
		2014/3/17	17:54				
		2014/3/18	17:54				
		2014/3/19	17:54				
		2014/3/20	17:54				
2	2533	2016/4/23	17:54	30.0705	6.2265	11.9719	0.0118
		2016/4/24	17:54				
		2016/4/25	17:54				
		2016/4/26	17:54				
		2016/4/27	17:54				
3	935	2007/1/3	17:09	25.4978	-0.6659	14.1189	0.0001
		2007/1/5	17:09				
		2007/1/7	17:09				
		2007/1/9	17:09				
		2007/1/11	17:14				
4	1899	2013/11/16	17:54	28.8707	-6.0058	12.4694	0.0109
		2013/11/17	17:54				
		2013/11/18	17:54				
		2013/11/19	17:54				
		2013/11/20	17:54				
5	2303	2015/3/19	17:54	26.5323	31.8832	13.5684	0.2790
		2015/3/20	17:54				
		2015/3/21	17:54				
		2015/3/22	17:54				
		2015/3/23	17:54				
6	2629	2017/1/28	17:54	27.2098	24.6016	13.2305	0.1733
		2017/1/29	17:54				
		2017/1/30	17:54				
		2017/1/31	17:54				
		2017/2/1	17:54				
7	1108	2010/9/19	17:09	25.6989	-41.9048	14.0084	0.4461
		2010/9/21	17:09				
		2010/9/23	17:09				
		2010/9/25	17:09				
		2010/9/27	17:09				
8	2824	2021/5/19	19:54	29.6667	21.6445	12.1348	0.1360
		2021/5/20	19:54				

		2021/5/23	19:54				
		2021/5/25	19:54				
		2021/5/27	19:54				
9	930	2006/12/9	17:09				
		2006/12/10	17:09				
		2006/12/11	17:09				
		2006/12/13	17:09				
		2006/12/15	17:09	24.7737	-4.9661	14.5315	0.0075
10	1228	2011/5/31	17:54				
		2011/6/2	17:54				
		2011/6/4	17:54				
		2011/6/5	17:54				
		2011/6/6	17:54	30.3330	17.2664	11.8683	0.0881
11	1289	2011/9/9	17:54				
		2011/9/11	17:54				
		2011/9/13	17:54				
		2011/9/15	17:54				
		2011/9/17	17:54	32.9584	11.3340	10.9229	0.0386
12	1314	2011/10/17	17:54				
		2011/10/18	17:54				
		2011/10/19	17:54				
		2011/10/20	17:54				
		2011/10/21	17:54	30.1185	16.7681	11.9528	0.0832
13	1364	2011/11/30	17:54				
		2011/12/2	17:54				
		2011/12/4	17:54				
		2011/12/6	17:54				
		2011/12/8	17:54	29.4077	19.8038	12.2417	0.1148
14	1471	2012/4/30	17:54				
		2012/5/2	17:54				
		2012/5/4	17:54				
		2012/5/6	17:54				
		2012/5/8	17:54	30.9956	-14.5812	11.6145	0.0634
15	1512	2012/6/26	17:54				
		2012/6/27	17:54				
		2012/6/28	17:54				
		2012/6/29	17:54				
		2012/6/30	17:54	29.2039	-19.6527	12.3271	0.1131
16	1640	2012/12/31	17:54				
		2013/1/1	17:54				
		2013/1/2	17:54				
		2013/1/3	17:54	26.6663	30.9474	13.5002	0.2645

		2013/1/4	17:54				
17	1960	2014/1/19	17:54	30.0934	-6.5897	11.9628	0.0132
		2014/1/21	17:54				
		2014/1/23	17:54				
		2014/1/25	17:54				
		2014/1/27	17:54				
18	2251	2015/1/1	17:54	29.3872	-13.3349	12.2502	0.0532
		2015/1/2	17:54				
		2015/1/3	17:54				
		2015/1/4	17:54				
		2015/1/5	17:54				
19	2488	2016/1/21	17:54	27.6301	10.3958	13.0293	0.0326
		2016/1/23	17:54				
		2016/1/25	17:54				
		2016/1/27	17:54				
		2016/1/29	17:54				
20	2506	2016/2/25	17:54	27.7646	4.6678	12.9662	0.0066
		2016/2/27	17:54				
		2016/2/29	17:54				
		2016/3/2	17:54				
		2016/3/3	17:54				

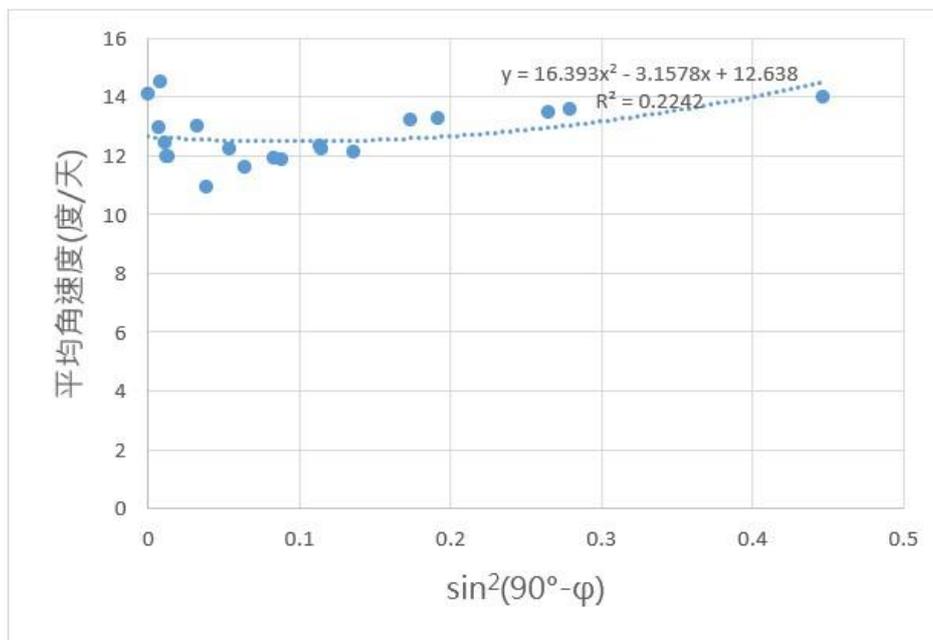
(7)將資料數值轉成太陽緯度及太陽自轉角速度關係式

我們接著查詢到臺北天文館的一篇文章，裡面提及了另一種計算較差自轉現象的方法，也講到了一個普遍適用的太陽緯度及太陽自轉角速度關係式：

$$\omega = a + b\sin^2\varphi + c\sin^4\varphi$$

其中 a 代表的是赤道上的太陽自轉角速度（因為此時 φ 為 0），b、c 則代表太陽緯度方向的自轉差異程度，當兩者皆為 0 時代表太陽是剛體，即各緯度上的自轉角速度沒有差異。而當 $b < 0$ 時，代表太陽各緯度的自轉角速度會隨緯度增加而減少，自轉速度越慢，反之，若 $b > 0$ ，則代表太陽自轉角速度隨緯度增加而增加，也就是自轉速度越快。

我們將計算完的數據整理做圖，如下方所示：



圖二十三、太陽黑子平均角速度對緯度 sin 值平方關係圖

得到的關係式為 $y = 16.393x^2 - 3.1578x + 12.638$ ，其中 y 為 ω （太陽自轉角速度）， x 為 $\sin^2(90^\circ - \phi)$ ，即黑子所在緯度的 sin 平方值。而係數 $a = 12.638$ ， $b = -3.1578$ ， $c = 16.393$ 。

(8) 整理與討論

我們將得到的 a 值進一步計算，得到太陽於赤道的自轉恆星週期約為 28.4 天，而 $b < 0$ 亦代表太陽各緯度的自轉角速度隨緯度增加而減少，自轉速度越慢。

為了確認最終所得關係式之可信度及偏差大小，我們將一篇分析日本國立天文台（NAOJ）觀測資料的論文以及天文館文章中，其它學者的關係式數據拿來相比較，其 a 、 b 、 c 值如圖中所示。將別人研究出來的 a 值做計算後，得到的自轉恆星週期約為 25 天左右，顯示我們的數據總體而言仍有些誤差。

而資料中趨勢線旁顯示的 R^2 值（決定係數）在迴歸分析中可用來說明整個模式的解釋力，當數值越接近 1 時，代表擬合程度越佳，至於我們的 R^2 值為 0.2242，以統計學來看，精確度並沒有很高。

接著，探討造成誤差以及精確度不高的因素：

- A. 我們是將 SOHO 預設在太陽與地球的連線上進行照片拍攝，但實際上 SOHO 並非一直在此連線上，而是繞著拉格朗日點運行，不過儘管如此，因為 SOHO 運行的橢圓軌道半長軸大約是 66 萬公里、半短軸約是 20 萬公里，而太陽與地球的半徑約長達一億五千萬公里，因此這個誤差相較微小，應該並非造成整體誤差的主因。
- B. 在計算小畫家中的太陽半徑時發現每張圖的太陽半徑相近但不一定相同，約落在 435~445 pixels 的範圍，也許也是造成誤差的因素之一。

C. 綜觀下，我們覺得最主要造成誤差的原因可能還是在於方法上或是程式計算上的疏忽，儘管我們已經詳細檢查過方法以及程式很多遍，但或許有哪項因素仍不小心沒有考慮到，而這也是我們未來可以再更多思量、進步的方向。

a	b	c	分析者	資料來源
14.552	-2.84	--	Howard et al.	1921~1984 年所有威爾遜山天文台黑子觀測資料
14.551	-2.87	--	Balthasar et al.	1874~1976 年所有格林威治天文台黑子觀測資料
14.050	-1.492	-2.606	Snodgrass	1967~1984 年所有威爾遜山天文台的光譜譜線都卜勒位移資料
14.368	2.69	--	Newton & Nun	1878~1944 年格林威治天文台觀測、重複出現在日面上兩次以上的黑子群資料
14.23	-0.4	--	Timothy et al.	1973 年天空實驗室 (Skylab) 的冕洞觀測資料

表一、天文館文章中其它學者的數據

Year	A	ΔA	$-B$	ΔB	Total number of measurements
1954	14.42	0.34	2.42	1.81	23
1955	14.49	0.19	3.45	0.97	136
1956	14.32	0.08	2.48	0.54	425
1957	14.44	0.05	3.20	0.38	523
1958	14.35	0.04	2.60	0.30	649
1959	14.28	0.05	2.06	0.47	534
1960	14.41	0.06	3.06	0.67	406
1961	14.43	0.07	2.01	1.42	204
1962	14.34	0.10	0.09	2.21	111
1963	14.19	0.11	0.13	1.55	88
1964	14.39	0.15	0.13	1.14	39
1965	14.37	0.18	0.16	1.28	46
1966	14.49	0.13	3.04	0.76	159
1967	14.60	0.09	3.15	0.70	286
1968	14.50	0.05	2.03	0.45	389
1969	14.65	0.06	3.40	0.60	331
1970	14.56	0.06	2.05	0.72	327
1971	14.43	0.06	2.40	0.99	242
1972	14.65	0.08	5.58	1.24	222
1973	14.47	0.10	3.98	2.05	142
1974	14.42	0.10	1.75	2.07	138
1975	14.37	0.10	1.92	1.62	54
1976	14.54	0.12	3.30	1.23	57
1977	14.30	0.19	1.81	1.20	113
1978	14.61	0.07	3.20	0.46	411
1979	14.43	0.06	1.84	0.44	510
1980	14.44	0.06	1.99	0.53	434
1981	14.51	0.05	2.60	0.52	464
1982	14.38	0.05	2.29	0.64	405
1983	14.38	0.07	1.36	0.84	244
1984	14.44	0.07	2.85	1.39	285
1985	14.29	0.12	2.87	3.06	81
1986	14.42	0.13	4.24	1.27	53

表二、日本國立天文台 (NAOJ) 的觀測資料

伍、探究結論

1. 根據我們的研究與計算，得知各緯度間有不同的自轉角速度，且緯度越大自轉速度越慢，可證明太陽並非剛體以及證實其較差自轉現象。
2. 我們求出的赤道處自轉週期約是 28.4 天，這跟普遍數據指出的約 25 天有些出入。除了是 SOHO 並非在日地連線以及小畫家中太陽半徑不精準等造成的小偏差外，程式或方法是否有疏忽的地方可能還是造成誤差的主因。

陸、遇到困難及應對方法

1. 拍照方面的問題

- 問題 1：不是每天都能借用到望遠鏡，有時借到望遠鏡了卻下雨，導致我們能實作的機會少之又少。

解決方法 1：實際拍攝後沒有拍到黑子，所以最後我們改用 SOHO 航天器所拍之太陽黑子照片做分析。

- 問題 2：拍攝時發現我們使用的相機接環不夠密合，導致對焦的時候鏡頭會搖晃，想找其他相機接環但是學校沒有其他可以配對的接環了

解決方法 2：對焦時，須手動重新將太陽置於畫面中央重新對焦。

2. 參考報告方面的問題

- 問題 1：參考報告的書寫年分略久遠，期內使用到的程式功能，現今版本已經更改了。

- 問題 2：參考報告的解釋圖片模糊無法辨認。

解決方法 1, 2：改變我們的計畫，尋找其他運算辦法。

3. 程式方面的問題

- 問題 1：要如何將原方法中的平方、三角函數、反三角函數等等數學運算換成可辨識讀取的程式內容？

解決方法 1：藉由上網查資料，發現需要在程式最前面先加入 `cmath` 這個函式庫，才能順利進行這些運算。其中亦在計算過程中注意到三角函數和反三角函數括號裡放的角度需使用弧度。

- 問題 2：發現有些角速度跑出來的數據很怪，若往後回推，應該是 `phisun` 的計算出現了問題。

解決方法 2：上網查後發現程式中如果照原本那樣使用 `atan`，`tan` 值為負時顯示的角度範圍會是 -90 度~ 0 度，`tan` 值為正時顯示的角度範圍則是 0 度

~90 度。然而我們需要顯示是涵蓋 360 度整圈範圍的角度度數，因此我們改用 atan2，而 atan2 會根據原本 x、y 值的正負調整轉換出來的角度，其顯示的角度範圍為 0~180 度以及 0~-180 度。由於我們要算的是後一天的黑子經度減去前一天的黑子經度，因此先將所有角度轉換成 0~360 度，若黑子移動的經度有跨越 0 度線，則再將經度值做簡單轉換即可。

- 問題 3：由於程式中一個太陽黑子的變數太多了，再加上每次輸入會輸入五筆黑子資料，若每個變數都詳細列出，那麼程式碼會太龐大，要如何使程式寫起來更簡便呢？

解決方法 3：首先我們用到 for 迴圈，讓一套公式能夠跑多筆黑子資料，接著回想到之前資訊課使用過的 struct，直接在主函式前先自行定義結構體，若 for 和 struct 搭配起來就不用為每個變數都開一個陣列盒子了，因此我們將這個方法應用在此次的程式撰寫中，節省打程式時間以及過程。

柒、未來展望

1. 分工項目與期限訂定要更明確

關於每周的分工以及個人於小組中應完成的進度，應該詳細記錄並落實，避免拖延的情況發生。

2. 更加詳實的記錄過程中每次的更改與其原因

自主學習重在過程，有好的結果固然使成品亮眼，但缺少了過程卻不算完整，我們雖然詳實記錄了計畫大致方向的曲折，卻忽略紀錄一些重要細節處變動的過程與原因，例如主程式的編譯，和定位黑子的方式等。

3. 檔案格式的存取

可以將黑子資料存成 csv 檔而非 xlsx 檔，csv 檔紀錄數值的方式較簡易，可以直接讀進 C++ 的程式中；而 xlsx 檔的格式比較複雜，如果要在 C++ 內讀取，會需要更多額外的處理或插件。

4. 有限條件下的計畫籌辦

在規劃計畫前先謹慎考慮條件能否達成，避免後期不斷更改造造成不穩定，例如：近期為太陽黑子活躍的極小期、學校 Starbook 無法使用，以至於只能適用網路上的照片。

5. 從 SOHO 影像訂出太陽黑子位置的過程，可以從手動改成自動化，例如使用 Blob Detection (scikit-image)² 找出黑子位置、使用 Circular and Elliptical Hough Transforms³ 測量太陽的像素格數。

6. 精進成果

由於我們的最終探究結論仍存在著誤差，因此該如何將成果的精準度提升仍是我們未來要思考、精進的方向。

² [Blob Detection \(scikit-image\)](#)

³ [Circular and Elliptical Hough Transforms](#)

扒、學習心得省思

1. 21425 陳綦

在這次的自主學習中，我們的計畫曾因為種種阻礙而更改方法或些許停滯過，但儘管如此，我想我卻在這兩個方法轉換中獲得了更多。在方法一中，我們原本不知道該如何拍攝太陽，但藉由資料的查詢、去年參與日環蝕拍攝的記憶以及詢問社師後，漸漸地上手，知道該因循哪些方法去操作、碰到問題可以如何解決。

然而緊接著，又有了另一個卡關，由於我們能使用儀器室的次數不多，有時又會碰上天候不佳、老師忘了開門、Starbook 故障等問題，對於想藉由連續拍攝並後續計算較差自轉可說是難上加難，因此有段時間我也不知道該如何是好。

由於遇到方法一的種種困難，迫使我開始思考另一條出路，想到了也許可直接用現成的照片去計算，而最終感謝有社團老師的建議與協助，終於產出了較可行的方法二。而我在方法二之中更是不斷地訓練自己的空間思考、數學邏輯以及程式技巧。每碰到一個問題時，總是追尋著問題的源頭，慢慢地抽絲剝繭、釐清思緒，將之解決。雖然花了很多時間，但卻很享受問題煙消雲散時的喜悅。甚至為了要產出座標系的示意圖，還第一次嘗試用 Adobe Illustrator⁴進行繪圖，可說是遇到的困難越多，學到的越多！

最後，除了在其中獲得資料查詢、系統性思考、應變問題的能力外，我覺得能支撐整個成果最重要的是碰到困難不放棄的毅力，不管是我還是組員們也好，因為一直有這個存在我們才能合作完成到最後，而雖然目前研究結論還沒到達最理想的狀態，但我會繼續去思考尋找問題所在的！

2. 21525 陳慧瓊

在籌備這次自主學習計畫時，就已經了解其架構整體十分複雜與龐大，不只涉及到先前沒有觸碰過的領域，也需要小組成員縝密的分工與配合才能在期限內將計畫完成，一星期只有一堂課的時間，如何提前規劃與熟悉學校所能提供的資源就變成了一個很重要的課題。

關於這次計畫在出人意料的部分，莫過於最終我們於過程中使用的運算方式，跟原先的計畫完全不同。先前完全沒有預料到實踐計畫時會遇到這麼多阻礙的因素，雖然大家在發現必須及時更改計畫時，難免有些焦躁不安，但這也是個難得的時機，考驗我們對面臨危機時的應變能力，能否根據現有條件與目標緊急修正我們執行的方法，若能在短時間成功修正，也能替過程紀錄的增添亮點。

但其實我覺得在這次計畫中，我學到最多的部分，正是「如何善用資源」。個人力量終有限，所謂團結並不局限於小組內，若能善用社會資源，等於集合了所有相關

⁴ [Adobe Illustrator](#)

人士的力量。人總怕麻煩或拖累他人，但如果都不曾出過聲、求過助，又怎能知道他人願不願意幫忙？獨自工作視野封閉，又沒辦法交流不同的意見，綜合評估下來終是比不上合作有效率。

3. 21624 楊愷晴

這學期的自主學習是個很難得的經驗，高一年的時候在天文社的課程裡認識了天文攝影，對其產生興趣並想親自嘗試，這學期終於有機會可以執行，還將目標升級（原本只預計要拍攝太陽並進行修圖），無奈天氣時好時壞，儀器也不是隨時都能借用，又碰上停課，無法繼續使用望遠鏡觀測與拍攝。

即使如此，我還是對望遠鏡的操作更熟練，也對相機的使用有更深入的理解，更學到凡事一定要有備案，例如相機接環的問題和 STARBOOK 無法使用就是我們沒有事先想好備案的。剛開始拍校園景物的時候不認為相機接環是個大問題，實際拍攝太陽時才發覺情況的嚴重，好在最後找到了解決方法。我從這次的經驗裡學到：遇到問題才想方法解決有可能來不及了，所謂未雨綢繆，一開始就預防問題發生、思考周全比較好的做法。三人行必有我師，我也從組員身上學到不少技能，包括新的程式語法、word 排版技巧。

在過程中我們學習到如何從書本和網站尋找所需的資料，並應用我們在學校學習到的知識解決問題。從一開始認識太陽黑子的〈太陽科學〉一書，到之後使用 SOHO 航天器拍攝的照片作分析、寫程式碼幫助我們計算、參考可信度高的科展和研究資料。同時也學會不要對網路上的資料全盤接受，閱讀的過程要抱著好奇的心態，思考該資訊是否正確。

十八週下來我覺得最遺憾的部分就是沒能親自拍到太陽黑子，拍出來的太陽也不算好，在光圈、快門的調整還可以加強，對焦的技術也還有進步空間，不過我想這是需要經驗的，在幾周內我們成功將望遠鏡接上相機並拍攝太陽，對我而言已經是個小成就了。希望未來還有機會可以接觸天文攝影，提升自己的攝影技巧，挑戰拍攝星空甚至星雲等天體。

最後我要特別感謝願意提供觀測儀器給我們的地科老師陳雅芳、在計算方面給予我們協助的社團老師林彥興，兩位組員陳蓁和慧瓊一學期下來給我的幫助，有對象能合作並討論讓整個計畫的運作更流暢。

玖、參考資料

1. 屏東女中科展報告：
[暈頭轉向—揭開太陽自轉的面紗](#)（洪嘉好、黃怡雯、鄒佳諭，民 94）
2. 臺北天文館研究報告：
[尋找太陽較差自轉參數](#)（張桂蘭，民 95）
3. 〈EASY 拍星空〉刊物：
[太陽拍攝 I 和日偏食記錄](#)（吳昆臻，民 108）

4. 日本國立天文台 (NAOJ) 的觀測資料：
[Solar Differential Rotation Derived From Sunspot Observations](#) (Maspu
Aini Kambry、Jun Nishikawa, 1989)
5. SOHO 拍攝的黑子照片：
[Sunspots](#) (檢索日期：2021/5/25)
6. SOHO 航天器介紹：
[SOHO Introduction SOHO, the Solar and Heliospheric Observatory, is a project of international cooperation between ESA and NASA](#) (SOHO 官網，
2003/6/30)
7. 太陽結構與表面活動相關介紹：
[SpaceSolar](#) (呂凌霄)
8. 太陽結構與表面活動相關介紹：
[TAS 天文學首頁](#) (TAS 臺灣天文網)
9. 科學發展刊物：
[太陽黑子](#) (蔡穎仁，2006 年 10 月)

附錄：太陽黑子座標轉換的 C++ 程式

```
#include <iostream>

#include <cmath>

using namespace std;

struct sunspot//在主函式前使用 struct 將資料進行包裝，定義新的資料型態，以簡便後續程式
計算程序
{
    double y, z; //小畫家求出的 y, z 座標

    int month, day;//令拍照的時間月為 month 日為 day

    double date;//令 date 是和 3/21 相差的天數

    double xsoho, ysoho, zsoho; //等比例放大後的立體座標系的 SOHO 座標 (尚未旋轉)

    double xsoho2, ysoho2, zsoho2;//座標系第一次旋轉(76.23-λ soho)度後的 SOHO 座標

    double Lambdasoho;//用以表示 soho 所在的黃經度數

    double xsun, ysun, zsun;//座標系第二次旋轉 7.24 度後的 SOHO 座標

    double thetasun, phisun;//令 thetasun 為最終黑子座標與 z 軸的夾角，phisun 為最終黑子座
```

標對 xy 平面投影點與軸的夾角

```
int year;//紀錄照片中黑子的年份

double Rsun;//最終輸出用以檢視是否計算錯誤

};

int main()
{
while(true)
{
double num;//令 num 為輸入太陽黑子的次數

double sumphi = 0;//令 sum 為最後 phi 角度差總和

double sumtheta = 0;//令 sum 為最後 theta 角度差總和

double rsun = 440; //小畫家中太陽半徑(單位:像素)

double Rsun = 695700000; //太陽實際半徑(單位:公尺)

sunspot s[100];

cin >> num;

for(int i = 0; i < num; ++i)
{

cin >> s[i].y >> s[i].z >> s[i].year >> s[i].month >>s[i].day;

// 轉換坐標單位從像素變公尺
s[i].xsoho=(Rsun/rsun)*sqrt(pow(rsun,2)-pow(s[i].y,2)-pow(s[i].z,2) );

s[i].ysoho = ( Rsun/rsun )* s[i].y;

s[i].zsoho = ( Rsun/rsun )* s[i].z;

//算出 date(以平年為主體)

if(s[i].month > 3)

{
```

```
if(s[i].month == 9 or s[i].month == 11)
{
    s[i].date = ((s[i].month-2)*30 + 28 + s[i].day + s[i].month/2 + 1) -
    80;
}

else
{
    s[i].date = ((s[i].month-2)*30 + 28 + s[i].day + s[i].month/2) - 80;
}

}

else if(s[i].month == 3 && s[i].day >= 21)
{
    s[i].date = s[i].day - 21;
}

else if(s[i].month > 2)
{
    if(s[i].year % 4 == 0)
    {
        s[i].date = 345 + s[i].day; //若為閏年，需考慮 2/29
    }

    else
    {
        s[i].date = 344 + s[i].day;
    }
}

else
```

```

{
    s[i].date = 365-(80 - ((s[i].month-1)*30 + s[i].day + s[i].month/2));
}

//算出 λ soho

s[i].Lambdasoho = (360.0/365.2563)*s[i].date;

//第一次旋轉

s[i].xsoho2=

cos(((76.23-s[i].Lambdasoho)/180.0)*M_PI)*s[i].xsoho -sin(((76.23-
s[i].Lambdasoho)/180.0)*M_PI)*s[i].ysoho;

s[i].ysoho2=

sin(((76.23-s[i].Lambdasoho)/180.0)*M_PI)*s[i].xsoho +cos(((76.23-
s[i].Lambdasoho)/180.0)*M_PI)*s[i].ysoho;

s[i].zsoho2 = s[i].zsoho;

//第二次旋轉

s[i].xsun = s[i].xsoho2;

s[i].ysun = cos((7.24/180.0)*M_PI)*s[i].ysoho2 -
sin((7.24/180.0)*M_PI)*s[i].zsoho2;

s[i].zsun = sin((7.24/180.0)*M_PI)*s[i].ysoho2 +
cos((7.24/180.0)*M_PI)*s[i].zsoho2;

s[i].Rsun = sqrt(pow(s[i].xsun, 2)+pow(s[i].ysun, 2)+pow(s[i].zsun, 2));

//算出 thetasun 和 phisun

s[i].thetasun = (acos(s[i].zsun/s[i].Rsun)/M_PI)*180.0;

s[i].phisun = (atan2(s[i].ysun, s[i].xsun)/M_PI)*180.0;

//修正：由於(76.23+180)度以後從 atan2 跑出來的數為負數，因此先將之修正為正的
角度

if(s[i].phisun < 0)
{

```

```

        s[i].phisun = 360.0 + s[i].phisun;
    }
}

cout << endl;

//將所有資料的 theta 值相加

for(int i = 0; i < num; ++i)
{
    sumtheta = sumtheta + s[i].thetasun;

    cout << s[i].Rsun << endl;//用以檢視是否算錯
}

cout << endl;

//將所有資料的經度差相加

for(int i = 0; i < num-1; ++i)
{
    //若黑子移動的經度跨越 76.23 度，需將數值修正

    if(s[i+1].phisun < s[i].phisun)
    {
        s[i].phisun = s[i].phisun - 360.0;
    }

    sumphi = sumphi + (s[i+1].phisun - s[i].phisun);
}

cout.precision(10);

//輸出黑子所在的平均緯度、自轉週期(單位：天)、角速度(單位：度/天)

//若黑子數據的日期並非連續的，則只需將(num-1)改成頭尾相差的天數即可

cout << 90.0 - sumtheta/num << " " << 360.0/(sumphi/(num-1)) << " " <<

```

```
sumphi/(num-1) << endl;
```

```
}
```

```
}
```